

幾何学 II 模擬試験

[1] (ア)~(オ) の各閉曲面は次の (1)(2)(3) のどれになるか、理由をつけて答えなさい。(2)(3) の場合は、 m の値も答えること。

(1) S^2 (2) $T^2 \# \dots \# T^2$ (m 個の T^2 の連結和) (3) $P^2 \# \dots \# P^2$ (m 個の P^2 の連結和)

(ア) $T^2 \# KB$ (イ) $P^2 \# T^2 \# T^2$ (ウ) $abca^{-1}b^{-1}c^{-1}$ (エ) $adba^{-1}cd^{-1}cb$ (オ) $abcacb$

[2] 閉曲面 $M = KB \# T^2$ およびワード表示 $abcdc^{-1}db^{-1}a$ を持つ閉曲面 N について、以下の問いに答えなさい。

- セル分割をひとつずつ示しなさい。
- 上の分割に関する実係数鎖複体を記述しなさい。特に線形写像 ∂ の行列表示も求めなさい。
- 実係数ホモロジー群の次元 $\dim H_i(\sim; \mathbf{R})$ ($i = 0, 1, 2$) を計算しなさい。
- オイラー標数 $\chi(\sim)$ を計算しなさい。
- M と N は位相的に同じ図形ですか。理由をつけて答えなさい。

幾何学演習 II 模擬試験

[1] 平面の点 $A(0, 0)$, $B(4, -4)$, $C(6, 4)$ を頂点とする三角形を考える。次の問いに答えなさい。

- 点 B の $\triangle ABC$ における重心座標を求めなさい。
- $\triangle ABC$ における点 $P(3, 0)$ の重心座標を求めなさい。
- $\triangle ABC$ における重心座標が $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ であるような点 Q の普通の座標を求めなさい。
- $\triangle ABC$ における重心座標 (α, β, γ) が方程式 $\alpha = \frac{1}{2}$ を満たすような点 R の全体はどのような図形を作るか、下の図 (省略) に書き込んで答えなさい。

[2] 右の図で表される単体複体 K について以下の問いに答えなさい。ただし、塗りつぶされている三角形には 2 単体があるものとします。

- K の鎖複体を記述しなさい。特に線形写像 ∂ の行列表示も求めなさい。用いた 1 単体, 2 単体の向きを図に書き込みなさい。
- 実係数ホモロジー群の次元 $\dim H_i(K; \mathbf{R})$ ($i = 0, 1, 2$) を計算しなさい。

