

## 数学要論 II 演習問題

[1] 次の問に答えなさい。

1. 集合  $X$  上の距離関数  $d$  とはどのようなものが、説明しなさい。
2.  $d(x, y) = (x - y)^2$  で定まる写像  $d: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  は  $\mathbf{R}$  上の距離関数ですか。理由をつけて答えなさい。

[2] 次式で定められる  $\mathbf{R}^2 = \{(x_1, x_2) | x_1 \in \mathbf{R}, x_2 \in \mathbf{R}\}$  上の距離関数  $d_1, d_0$  に関して問に答えなさい。

$$d_1((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|, \quad d_0((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$$

1.  $a = (1, 0), b = (0, 2)$  とするとき  $d_1(a, b)$  と  $d_0(a, b)$  を計算しなさい。
2. (1) 距離空間  $(\mathbf{R}^2, d_1)$  における  $N((1, 0); 1)$  を図示しなさい。  
 (2) 距離空間  $(\mathbf{R}^2, d_0)$  における  $N((1, 0); 1)$  を図示しなさい。

[3] ユークリッド直線  $(\mathbf{R}, d)$  において、以下のような部分集合を考えます。表を完成しなさい。

部分集合	$A = \{\frac{1}{n}   n \in \mathbf{N}\}$	$B = A \cup \{0\}$	$[0, 1)$	$\mathbf{N}$
内部				
外部				
境界				
閉包				
開集合か? ( / ×)				
閉集合か? ( / ×)				

[4] ユークリッド平面  $(\mathbf{R}^2, d)$  の点列  $\{(x_n, y_n)\}$  が点  $(x, y)$  に収束するならば、数列  $\{x_n\}$  は  $x$  に収束することを証明しなさい。