

数学要論 II 演習問題

[1] 次の問に答えなさい。

1. 集合 X 上の距離関数 d とはどのようなものが、説明しなさい。
2. $d(x, y) = (x - y)^2$ で定まる写像 $d: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ は \mathbf{R} 上の距離関数ですか。理由をつけて答えなさい。

[2] 次式で定められる $\mathbf{R}^2 = \{(x_1, x_2) | x_1 \in \mathbf{R}, x_2 \in \mathbf{R}\}$ 上の距離関数 d_1, d_0 に関して問に答えなさい。

$$d_1((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|, \quad d_0((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$$

1. $a = (1, 0), b = (0, 2)$ とするとき $d_1(a, b)$ と $d_0(a, b)$ を計算しなさい。
2. (1) 距離空間 (\mathbf{R}^2, d_1) における $N((1, 0); 1)$ を図示しなさい。

(2) 距離空間 (\mathbf{R}^2, d_0) における $N((1, 0); 1)$ を図示しなさい。

[3] ユークリッド直線 (\mathbf{R}, d) において、以下のような部分集合を考えます。表を完成しなさい。

部分集合	$A = \{\frac{1}{n} n \in \mathbf{N}\}$	$B = A \cup \{0\}$	$[0, 1)$	\mathbf{N}
内部				
外部				
境界				
閉包				
開集合か? (/ ×)				
閉集合か? (/ ×)				

[4] ユークリッド平面 (\mathbf{R}^2, d) の点列 $\{(x_n, y_n)\}$ が点 (x, y) に収束するならば、数列 $\{x_n\}$ は x に収束することを証明しなさい。