

数学要論 I 模擬試験

[1] 次の問に答えなさい。

- 命題 $P \Rightarrow Q$ を \neg, \wedge, \vee のいくつかを用いて書き換えなさい。
- 命題 $\neg(P \Rightarrow Q) \iff ((\neg Q) \Rightarrow (\neg P))$ の真理表を作り、この命題が恒真命題であるかどうか調べなさい。

P	Q	\neg	$(P \Rightarrow Q)$	\iff	$((\neg Q)$	\Rightarrow	$(\neg P)$
T	T						
T	F						
F	T						
F	F						

[2] f は X から Y への写像であり、 A は X の部分集合、 B は Y の部分集合とします。以下の問いに答えなさい。

- A の f による像 $f(A)$ の定義を書きなさい。
- B の f による逆像 $f^{-1}(B)$ の定義を書きなさい。
- 公式 $f(f^{-1}(B)) \subset B$ を証明しなさい。
- $X = Y = \mathbf{R}$, $f(x) = |x|$ であるとき、 $f(f^{-1}(B)) \neq B$ となるような $B \subset Y$ を、具体的に与えて、集合 $f^{-1}(B)$ および $f(f^{-1}(B))$ を求めなさい。
- f が全射のときに $f(f^{-1}(B)) = B$ が成り立つことを証明しなさい。

[4] 偶数全体の集合 $2\mathbf{Z}$ の濃度が \aleph_0 であることを証明しなさい。

[5] 可算集合・非可算集合の具体例をひとつずつ挙げなさい。

[6] 整数 n, m に対して 5 を法とした合同 ($n \equiv m \pmod{5}$) という関係を、

$$n \equiv m \pmod{5} \iff n - m \text{ が } 5 \text{ の倍数}$$

と定めます。以下の問いに答えなさい。

- この関係が推移律をみたすことを証明しなさい。
- 整数 2 の同値類 $C(2)$ を求めなさい。